

Adı Soyadı:  
Numarası:

08.01.2020

**2019-2020 EĞİTİM ÖĞRETİM YILI İSTATİSTİK BÖLÜMÜ  
İSTATİSTİK DENEY TASARIMI I DERSİ FİNAL SINAVI SORULARI**

1. Dört benzin katkısının (A, B, C, D) yakıt performansı üzerine etkisi araştırılmak istenmektedir. Bu amaçla, deney için dört farklı araba ve dört farklı sürücü kullanılıyor. Elde edilen veriler aşağıda verilmektedir.

Sürücü	Araba			
	1	2	3	4
1	A=24	B=26	D=20	C=25
2	D=23	C=26	A=20	B=27
3	B=15	D=13	C=16	A=16
4	C=17	A=15	B=20	D=20

Bu verileri kullanarak  $\alpha = 0,05$  anlam düzeyinde yakıt performansı bakımından;

- Benzin katkı türleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını test ediniz (10p).
- Sürücüler arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını test ediniz (10p).
- Arabalar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını test ediniz (10p).

2. Rastgele seçilen dört makineden üretilen metal parçaların yüzey pürüzsüzlüğü incelenmektedir. Her makinenin üç farklı operatör tarafından çalıştırıldığı ve her operatörden iki örneğin toplandığı ve test edildiği bir deney yapılmaktadır. Makinelerin yeri nedeniyle, her makinede farklı operatörler çalıştırılır ve operatörler rastgele seçilir. Elde edilen veriler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Operatör	Makine 1			Makine 2			Makine 3			Makine 4		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
	79	94	46	92	85	76	88	53	46	36	40	62
	62	74	57	99	79	68	75	56	57	53	56	47

Bu verileri kullanarak metal parçaların yüzey pürüzsüzlüğü bakımından;

- Makinelerin etkisinin anlamlı olup olmadığını %95 güvenle test ediniz (10p).
- Operatörlerin etkisinin anlamlı olup olmadığını %95 güvenle test ediniz (10p).
- Varyans bileşenlerini tahmin ediniz ve toplam değişebilirliği oransal olarak dağıtınız (15p).

3. Ticari araçlarda kullanılan yaprak yayların dayanıklılığının hangi faktör, faktörler veya faktörlerin etkileşimi tarafından etkilendiği araştırılmak isteniyor. Yayların üretim sürecinde, yanıt değişkeni etkileyen iki faktör yayların içinde olduğu fırının sıcaklığı (A) ve yayların fırında ısınma süresi (B) dir. Fırın sıcaklığı faktörünün düşük (1840°) ve yüksek (1880°); fırında ısınma süresi faktörünün düşük (23 dakika) ve yüksek (25 dakika) olmak üzere iki düzeyi vardır. İki tekrar olduğu varsayımı altında, bu deneyin verileri aşağıdaki gibi verilmiştir:

Denemeler	Tekrar	
	I	II
(1)	32	48
a	35	39
b	28	28
ab	31	29

Bu veriler kullanılarak yayların dayanıklılığı üzerinde;

- Yayların içinde bulunduğu fırının sıcaklığının anlamlı bir etkisinin olup olmadığını % 95 güvenle test ediniz. (12p)
- Yayların fırında ısınma süresinin anlamlı bir etkisinin olup olmadığını % 95 güvenle test ediniz. (12p)
- Fırın sıcaklığı ve fırında ısınma süresi etkileşiminin anlamlı bir etkisinin olup olmadığını % 95 güvenle test ediniz. (11p)

*Başarılar Dilerim...*  
Doç. Dr. Pelin KASAP

İSTATİSTİKSEL DENEY TASARIMI I  
FINAL SINAVI CEVAP ANAHTARI

1) Matematiksel model:  $y_{ijk} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_k + \epsilon_{ijk}$ ,  $i=1, \dots, 4$   
 $j=1, \dots, 4$   
 $k=1, \dots, 4$

Hipotezler:  $H_{01}: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$

$H_{02}: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0$

$H_{03}: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$

$$SS_{\text{Toplam}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 = 310,4375$$

$$SS_{\text{Deneme}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 = 29,6875$$

$$SS_{\text{Satur}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 = 235,6875$$

$$SS_{\text{Sütun}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (\bar{y}_{...k} - \bar{y}_{...})^2 = 19,6875$$

$$SS_{\text{Hata}} = SS_{\text{Toplam}} - SS_{\text{Deneme}} - SS_{\text{Satur}} - SS_{\text{Sütun}} = 25,375$$

ANOVA

Kaynak	df	SS	MS	F
Deneme	3	29,6875	9,895833	2,339901
Satur	3	235,6875	78,5625	18,57635
Sütun	3	19,6875	6,5625	1,551724
Hata	6	25,375	4,229167	
Genel	15	310,4375		

a)  $F_{\text{Deneme}} = 2,339901 < F_{\text{Tablo}} = F_{3;6;0,05} = 4,76$  olduğundan  $H_{01}$  hipotezi reddedilmez.  
Benzin katlı türleri arasında %5 anlamlılık düzeyinde fark yoktur.

b)  $F_{\text{Satur}} = 18,57635 > F_{\text{Tablo}} = F_{3;6;0,05} = 4,76$  olduğundan  $H_{02}$  hipotezi reddedilir. Sürücüler arasında %5 anlamlılık düzeyinde fark vardır.

c)  $F_{\text{Sütun}} = 1,551724 < F_{\text{Tablo}} = F_{3;6;0,05} = 4,76$  olduğundan  $H_{03}$  hipotezi reddedilmez.  
Araba türleri arasında %5 anlamlılık düzeyinde fark yoktur.

2) Matematiksel model :  $y_{ijk} = \mu + Z_i + Y_{j(i)} + E_{ijk}$ ,  $i=1, \dots, 4$   $k=1, 2$   
 $j=1, 2, 3$

Hipotezler:  $H_{01}: \sigma_Z^2 = 0$   $H_{02}: \sigma_Y^2 = 0$   
 $H_{11}: \sigma_Z^2 > 0$   $H_{12}: \sigma_Y^2 > 0$

ANOVA

Kaynak	df	SS	MS	BKO	F
A	3	3617,667	1205,889	$\sigma_E^2 + n\sigma_Y^2 + 4n\sigma_Z^2$	3,423794
B(A)	8	2817,667	352,2083	$\sigma_E^2 + n\sigma_Y^2$	4,168146
Hata	12	1014	84,5	$\sigma_E^2$	
Genel	23	7449,357			

Karar:  $F_A = 3,423794 < F_{\alpha; 3; 10} = F_{3; 8; 0,05} = 4,07$  olduğundan  $H_{01}$  hipotezi reddedilemez. Makineden makineye üretilen metal parçaların yüzey durumlarının %5 anlam düzeyinde değişebilirliği olmadığı söylenebilir.

$F_{B(A)} = 4,168146 > F_{\alpha; 8; 10} = F_{8; 12; 0,05} = 2,85$  olduğundan  $H_{02}$  hipotezi reddedilir. Operatörden operatöre üretilen metal parçaların yüzey durumlarının %5 anlam düzeyinde değişebilirliği olduğu söylenebilir.

$$\hat{\sigma}_E^2 = 84,5 \quad \hat{\sigma}_Y^2 = 133,8942 \quad \hat{\sigma}_Z^2 = 142,284 \quad \hat{\sigma}_T^2 = 360,634$$

$$\hat{\sigma}_E^2 \text{ nin toplam varyanstaki payı: } \frac{\hat{\sigma}_E^2}{\hat{\sigma}_T^2} = \frac{84,5}{360,634} \approx \%23$$

$$\hat{\sigma}_Y^2 \text{ nin toplam varyansdaki payı: } \frac{\hat{\sigma}_Y^2}{\hat{\sigma}_T^2} = \frac{133,8942}{360,634} \approx \%37$$

$$\hat{\sigma}_Z^2 \text{ nin toplam varyansdaki payı: } \frac{\hat{\sigma}_Z^2}{\hat{\sigma}_T^2} = \frac{142,284}{360,634} \approx \%40$$

Toplam varyansın yaklaşık %23'ü hattan %37'si operatör farklı ve %40'ü makine türlerinden kaynaklanmaktadır.

3)  $2^2$  faktörijel tasarım için model denklemini

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \epsilon_{ijk}, \quad \begin{matrix} i=1,2, \\ j=1,2 \end{matrix} \quad k=1,2$$

Şeklinde dir. Problemdaki yolluk hipotezleri;

$H_{0A}$ : Yayların içinde bulunduğu fırının sıcaklığının yayların dayanıklılığı üzerindeki etkisi önemsizdir.

$H_{0B}$ : Yayların fırında ısınma süresinin yayların dayanıklılığı üzerindeki etkisi önemsizdir.

$H_{0AB}$ : Fırın sıcaklığı ve fırında ısınma süresi etkilerinin yayların dayanıklılığı üzerindeki etkisi önemsizdir.

şeklinde kurulur.

A faktörünün ana etkisi:

$$A = \frac{1}{2n} [ab+a-b-(1)] = \frac{1}{4} [60+74-56-80] = \frac{-2}{4} = -0,5$$

B faktörünün ana etkisi:

$$B = \frac{1}{2n} [ab+b-a-(1)] = \frac{1}{4} [60+56-74-80] = \frac{-38}{4} = -9,5$$

AB etkileşiminin etkisi:

$$AB = \frac{1}{2n} [ab-a-b+(1)] = \frac{1}{4} [60-74-56+80] = \frac{10}{4} = 2,5$$

elde edilir. Kareler toplamları

$$SS_A = \frac{[Bajantı, A]^2}{2^2 \cdot 1} = \frac{(-2)^2}{2^2 \cdot 2} = 0,5$$

$$SS_B = \frac{(-38)^2}{2^2 \cdot 2} = 180,5$$

$$SS_{AB} = \frac{(10)^2}{2^2 \cdot 2} = 12,5$$

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{Deneme}} &= n \sum_{i=1}^q (\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...})^2 = 2 \sum_{i=1}^4 (\bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...})^2 \\
 &= 2 [(40 - 33,75)^2 + (37 - 33,75)^2 + (28 - 33,75)^2 + (30 - 33,75)^2] \\
 &= 193,5
 \end{aligned}$$

$$SS_{\text{Toplam}} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^n (y_{ij...} - \bar{y}_{...})^2 = 331,5$$

Kaynak	df	SS	MS	F
Deneme	3	193,5	64,5	1,870
A	1	0,5	0,5	0,014
B	1	180,5	180,5	5,232
AB	1	12,5	12,5	0,362
Hata	4	138	34,5	
Genel	7	331,5		

Karar:  $F_{\text{Deneme}} = 1,87 < F_{\text{table}} = F_{3;4;0,05} = 6,59$   $H_0$  red edilmez. Deneme kombinasyonları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir fark yoktur.

$$F_A = 0,014 < F_{1;4;0,05} = 7,71 \Rightarrow H_{0A} \text{ red edilmez}$$

$$F_B = 5,232 < F_{1;4;0,05} = 7,71 \Rightarrow H_{0B} \text{ red edilmez}$$

$$F_{AB} = 0,362 < F_{1;4;0,05} = 7,71 \Rightarrow H_{0AB} \text{ red edilmez}$$